ResolSysteme (0.1.5), version « classique »

1 Préambule sans utiliser python

```
\documentclass[french,a4paper,10pt]{article}
\usepackage[margin=1.5cm]{geometry}
\usepackage{ResolSysteme}                  %version classique
\usepackage{systeme}
\sisetup{locale=FR,output-decimal-marker={,}}
```

2 Affichage d'une matrice, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

```
On considère les matrices $A=\AffMatrice(1,2 § 3,4)$
et $B=\AffMatrice[n](-1,1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)$
et $C=\AffMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

On considère les matrices $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}-1&{}^1\!/_3&4\\{}^1\!/_3&4&-1\\-1&0&0\end{pmatrix}$ et $C=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6\end{pmatrix}$.

3 Calculs avec des matrices, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

```
$\ProduitMatrices(1,2)(3 § 4)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(1,2)(3,4 § 5,6)[Aff]$ \\
$\ProduitMatrices(-5,6 § 1,4)(2 § 7)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(-5,6 § 1,4)(2,-4 § 7,0)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3&4\\5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13&16\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-5&6\\1&4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}32\\30\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}-5&6\\1&4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2&-4\\7&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}32&20\\30&-4\end{pmatrix}$

```
$\ProduitMatrices(1,2,3)(4 § 5 § 6)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(1,2,3)(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)(1 § 2 § 3)[Aff]$ et
$\ProduitMatrices(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)(1,2,3 § -5,-4,2 § 3,3,10)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix}1&2&3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}32\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}1&2&3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&5\\0&5&-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&18&-7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&5\\0&5&-6\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\19\\-8\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&5\\0&5&-6\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&2&3\\-5&-4&3\\3&3&10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1&16\\12&15&59\\-43&-38&-45\end{pmatrix}$

```
$\ProduitMatrices(1,2,3,4)(5 § 6 § 7 § 8)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,2,3,4)(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)(1 § 2 § 3 § 4)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)(1,5,4,0 § 2,-1,-1,5 § 3,0,1,2, §
    4,6,9,10)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}5\\6\\7\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}70\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 5\\2 & 1 & 5 & 6\\0 & 5 & -6 & 0\\1 & -5 & 4 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9 & -2 & 9 & 25\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 5\\2 & 1 & 5 & 6\\0 & 5 & -6 & 0\\1 & -5 & 4 & 2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}26\\43\\-8\\11\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 5\\2 & 1 & 5 & 6\\0 & 5 & -6 & 0\\1 & -5 & 4 & 2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & 5 & 4 & 0\\2 & -1 & -1 & 5\\3 & 0 & 1 & 2\\4 & 6 & 9 & 10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}26 & 34 & 49 & 57\\43 & 45 & 66 & 75\\-8 & -5 & -11 & 13\\11 & 22 & 31 & 3\end{pmatrix}$

```
$\CarreMatrice(-5,6 § 1,4)[Aff]$ \\
$\CarreMatrice(-5,6,8 § 1,4,-9 § 1,-1,1)[Aff]$\\
$\CarreMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix}-5 & 6\\1 & 4\end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix}31 & -6\\-1 & 22\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-5 & 6 & 8\\1 & 4 & -9\\1 & -1 & 1\end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix}39 & -14 & -86\\-10 & 31 & -37\\-5 & 1 & 18\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\5 & 6 & 7 & 0\\1 & 1 & 1 & 1\\2 & -3 & -5 & -6\end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix}22 & 5 & 0 & -17\\42 & 53 & 64 & 27\\9 & 6 & 6 & -1\\-30 & -1 & 10 & 39\end{pmatrix}$

4 Déterminant d'une matrice, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

```
Le déterminant de $A=\AffMatrice(1,2 § 3,4)$ est
$\det(A)=\DetMatrice(1,2 § 3,4)$.
```

Le déterminant de $A = \begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$ est $\det(A) = -2$.

```
Le déterminant de $A=\AffMatrice(-1,0.5 § -1/2,4)$ est
$\det(A)=\DetMatrice[dec](-1,0.5 § -1/2,4)$.
```

Le déterminant de $A = \begin{pmatrix}-1 & \frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & 4\end{pmatrix}$ est $\det(A) = -3{,}75$.

```
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix} -1&\frac13&4 \\ \frac13&4&-1 \\ -1&0&0 \end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A) \approx \DetMatrice[dec=3](-1,1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 4 \\ \frac{1}{3} & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est $\det(A) \approx 16{,}333$.

```
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6 \end{pNiceMatrix}$
est $\det(A)=\DetMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = 24$.

5 Inverse d'une matrice, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse*<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse[d]<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \dfrac{3}{2} & -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3\\4&5&6\\7&8&8 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3\\4&5&6\\7&8&8 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} {}^{-8}/_{3} & {}^{8}/_{3} & -1 \\ {}^{10}/_{3} & {}^{-13}/_{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

```latex
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6 \end{pNiceMatrix}$
est $A^{-1}=\MatriceInverse[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5/8 & 1/24 & -1/2 & 1/3 \\ -17/8 & -5/24 & 9/2 & -2/3 \\ 11/8 & 7/24 & -7/2 & 1/3 \\ 1/8 & -1/8 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$.

Résolution d'un système, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

```latex
La solution de $\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(-9,-8 § 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases}$ est $\mathcal{S} = \left\{\left(-\tfrac{4}{39}; \tfrac{29}{26}\right)\right\}$.

```latex
La solution de $\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme*[d](-9,-8 § 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases}$ est $\mathcal{S} = \left\{\left(\dfrac{-4}{39}; \dfrac{29}{26}\right)\right\}$.

```latex
La solution de $\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(1,1,1 § 3,2,-1 § -1,-1,2)(-1,6,-5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = 6 \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases}$ est $\mathcal{S} = \{(2; -1; -2)\}$.

```latex
La solution de $\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}$ est donnée par $X=%
\SolutionSysteme(1,1,1 § 3,2,-1 § -1,-1,2)(-1,6,-5)[Matrice]$.
```

La solution de $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = 6 \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases}$ est donnée par $X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

```latex
La solution de $\systeme{3x+y-2z=-1,2x-y+z=4,x-y-2z=5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(3,1,-2 § 2,-1,1 § 1,-1,-2)(-1,4,5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} 3x + y - 2z = -1 \\ 2x - y + z = 4 \\ x - y - 2z = 5 \end{cases}$ est $\mathcal{S} = \left\{\left(\tfrac{1}{2}; -\tfrac{7}{2}; -\tfrac{1}{2}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme{3x+y-2z=-1,2x-y+z=4,x-y-2z=5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme[d](3,1,-2 § 2,-1,1 § 1,-1,-2)(-1,4,5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} 3x+y-2z=-1 \\ 2x-y+z=4 \\ x-y-2z=5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\lbrace \left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2};-\dfrac{1}{2}\right) \right\rbrace$.

```
La solution de $\systeme[xyzt]{y+z+t=1,x+z+t=-1,x+y+t=1,x+y+z=0}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace\SolutionSysteme[d](0,1,1,1 § 1,0,1,1 § 1,1,0,1 § 1,1,1,0)(1,-1,1,0)\right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} \phantom{x+{}}y+z+t=1 \\ x\phantom{{}+y}+z+t=-1 \\ x+y\phantom{{}+z}+t=1 \\ x+y+z\phantom{{}+t}=0 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\lbrace \left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right) \right\rbrace$.

```
La solution de $\systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}$ est $X=
\SolutionSysteme
    [dec]<cell-space-limits=2pt>
    (1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § -2,-3,-5,-6)(-10,0,4,7)
    [Matrice]$
```

La solution de $\begin{cases} x+2y+3z+4t=-10 \\ 5x+6y+7z\phantom{{}+4t}=0 \\ x+y+z+t=4 \\ -2x-3y-5z-6t=7 \end{cases}$ est $X=\begin{pmatrix} 17{,}75 \\ -12{,}75 \\ -1{,}75 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$

6 État stable d'une graphe probabiliste, 2x2

```
L'état stable du gr. prob. de matrice
$M=\AffMatrice[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$

est $\Pi = \EtatStable[d](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$
ou $\Pi = \EtatStable[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$.
```

L'état stable du gr. prob. de matrice $M=\begin{pmatrix} 0{,}72 & 0{,}28 \\ 0{,}12 & 0{,}88 \end{pmatrix}$

est $\Pi=\begin{pmatrix} \dfrac{3}{10} & \dfrac{7}{10} \end{pmatrix}$ ou $\Pi=\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$.